

Планиметрия. Многоугольники

| | | Периметр | Площадь | Высота | Радиус вписанной окружности | Радиус описанной окружности | Дополнительные формулы |
|-------------------------|---|---|---|--|---|--|---|
| Треугольники | Произвольный (a, b, c – стороны, h_a – высота, опущенная на сторону a , p – полупериметр, R – радиус описанной окружности, r – радиус вписанной окружности) | $P = a + b + c$ $p = \frac{a + b + c}{2}$ – полупериметр | $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}absinC$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $S = \frac{abc}{4R}$ $S = rp$ | $h_a = b \sin C$ $h_a = \frac{2S}{a}$ | $r = \frac{S}{p}$ $r = \frac{2S}{a + b + c}$ | $R = \frac{abc}{4S}$ $R = \frac{a}{2 \sin A}$ $R = \frac{b}{2 \sin B}$ $R = \frac{c}{2 \sin C}$ | $MN = \frac{1}{2}a$ – средняя линия, параллельная стороне a $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ – теорема косинусов $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ – теорема синусов |
| | Правильный (равносторонний) | $P = 3a$ | $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ | $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ | $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ | $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$ | $R = 2r = \frac{2}{3}h$ |
| | Равнобедренный (a – основание, b – боковая сторона) | $P = a + 2b$ | $S = \frac{1}{4}a\sqrt{4b^2 - a^2}$ | $h_a = \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 - a^2}$ | - | - | $h_b = a \sin B = a \sin C$ |
| | Прямоугольный (a, b – катеты, c – гипотенуза, h_c – высота, проведенная к гипотенузе, a_c, b_c – проекции катетов на гипотенузу) | $P = a + b + c$ | $S = \frac{1}{2}ab$ $S = \frac{1}{2}ch_c$ | $h_c = \frac{ab}{c}$ $h_c = \sqrt{a_c \cdot b_c}$ | $r = \frac{a + b - c}{2}$ | $R = \frac{c}{2}$ | $a^2 + b^2 = c^2$ – теорема Пифагора $a = \sqrt{a_c \cdot c}$ $b = \sqrt{b_c \cdot c}$ |
| Четырехугольники | Ромб (a – сторона, h – высота, r – радиус вписанной окружности, α – острый угол ромба, d_1, d_2 – диагонали) | $P = 4a$ | $S = a^2 \sin A$ $S = ah$ $S = \frac{1}{2}d_1d_2$ | $h = a \sin A$ $h = 2r$ | $r = \frac{h}{2}$ $r = \frac{1}{2}a \sin \alpha$ | - | $d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$ $d_1 = 2a \cos \frac{\alpha}{2}$ $d_2 = 2a \sin \frac{\alpha}{2}$ |
| | Трапеция (a, b – основания, c, d – боковые стороны, h – высота, d_1, d_2 – диагонали, φ – угол между диагоналями, MN – средняя линия) | $P = a + b + c + d$ | $S = \frac{1}{2}(a + b)h$ $S = MN \cdot h$ $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$ | $h = c \sin A$ | В трапецию можно вписать окружность если $a + b = c + d$ тогда $r = \frac{h}{2}$ | Около п/б трапеции можно описать окружность | $MN = \frac{1}{2}(a + b)$ |

| | | Периметр | Площадь | Высота | Радиус вписанной окружности | Радиус описанной окружности | Дополнительные формулы |
|------------------|---|--------------|--|--|-----------------------------|---|---|
| Четырехугольники | Квадрат (правильный четырехугольник) (a – сторона, d – диагональ) | $P = 4a$ | $S = a^2$ $S = \frac{1}{2}d^2$ | - | $r = \frac{a}{2}$ | $R = \frac{a}{\sqrt{2}}$ $R = \frac{d}{2}$ | $d = a\sqrt{2}$ |
| | Прямоугольник (a, b – стороны, d – диагональ, φ – угол между диагоналями) | $P = 2(a+b)$ | $S = ab$ $S = \frac{1}{2}d^2 \sin \varphi$ | - | - | $R = \frac{d}{2}$ $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ | $a^2 + b^2 = d^2$ |
| | Параллелограмм (a, b – стороны, h_a, h_b – высоты, d_1, d_2 – диагонали, φ – угол между диагоналями) | $P = 2(a+b)$ | $S = absin A$ $S = ah_a = bh_b$ $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$ | $h_a = b \sin A$ $h_b = a \sin C$ $h_a = \frac{S}{a}$ $h_b = \frac{S}{b}$ | - | - | $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$ |
| ● | Шестиугольник правильный (a – сторона, d_1, d_2 – диагонали) | $P = 6a$ | $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$ | - | $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ | $R = a$ | $d_1 = 2a$ – большая диагональ $d_2 = a\sqrt{3}$ – меньшая диагональ |

Планиметрия. Окружность. Круг

| Окружность Круг (R – радиус, d – диаметр, α – центральный угол, AB, CD – хорды, $AB \cap CD = M$) | Длина окружности | Площадь круга | Длина дуги окружности | Площадь кругового сектора | Касательная и секущие | Вписанный и центральный углы | Дополнительные формулы |
|---|-----------------------------|--|--|--|---|---|---|
| | $C = 2\pi R$ $C = \pi d$ | $S = \pi R^2$ $S = \frac{\pi d^2}{4}$ | $l_{\text{дуги}} = \frac{\pi R}{180} \alpha$ | $S_{\text{кр. сек.}} = \frac{\pi R^2}{360} \alpha$ | $MB \cdot MC = MD \cdot ME$ $MA^2 = MB \cdot MC = MD \cdot ME$ | $\angle AOB = 2\angle ACB$ $\angle ACB = 90^\circ$, если AOB – диаметр | $d = 2R$ $AM \cdot MB = CM \cdot MD$ |

